

COMPITI DELLE VACANZE DI MATEMATICA

Caro studente,

ti proponiamo un'ampia gamma di argomenti, che dovresti avere già affrontato nella scuola Media, sui quali esercitarti per cominciare con sicurezza il tuo nuovo percorso scolastico.

Buon lavoro!

ARITMETICA

ESERCIZI STANDARD

ESERCIZI SUI NUMERI NATURALI

1. Gli esercizi seguenti risulteranno utili se i **calcoli saranno eseguiti mentalmente**, applicando le proprietà delle quattro operazioni (commutativa, associativa e distributiva).

Esempio : $452 + 128 + 437 = 400 + 100 + 400 + 50 + 20 + 30 + 2 + 8 + 7 = 1000 + 17 = 1017$

- a) $2 + 192 + 1728 + 342 = \dots\dots\dots$
- b) $72 + 2936 + 77002 + 25 = \dots\dots\dots$
- c) $547 - 52 = 547 - 50 - 2 = \dots\dots\dots$
- d) $1237 - 120 = \dots\dots\dots$
- e) $2348 - 1028 = \dots\dots\dots$
- f) $19732 - 253 = \dots\dots\dots$
- g) $235 \times 36 = 235 \times 30 + 235 \times 6 = \dots\dots\dots$
- h) $628 \times 42 = \dots\dots\dots$
- i) $8738 \times 107 = \dots\dots\dots$
- j) $794 \times 55 = \dots\dots\dots$
- k) $1,23 \times 0,06 = \dots\dots\dots$
- l) $3,12 \times 0,0025 = \dots\dots\dots$

2. Risolvi le seguenti espressioni:

a) $347 - 4 \times \{25 - 7 \times [18 - 12 \times (3 \times 4 - 11) - 2 \times 3]\} =$ [247]

b) $\{[(0,05 + 0,2 \times 0,7) \times 0,4 + 0,8 \times 0,03] \times 0,3 + 0,5\} \times 2 - 1 =$ [0,06]

3. Applicando le proprietà studiate, calcolare in modo rapido :

- a) $(40 + 72 + 56) : 8 =$
- b) $(96 + 60 + 144) : 12 =$
- c) $(20 \times 8 \times 3) : 4 =$
- d) $(9 \times 12 \times 5) : 6 =$
- e) $(32 \times 2 \times 3) : 16 =$

4 Scrivi se le seguenti proposizioni sono vere o false:

il prodotto di due numeri decimali, maggiori di 1, è maggiore di 1
il prodotto di un numero decimale minore di 1 per un numero decimale maggiore di 1 è minore o uguale ad 1
il prodotto di due numeri decimali minori di 1 è minor di 1
se un prodotto è nullo, almeno uno dei fattori è nullo
il prodotto di due numeri decimali è maggiore o uguale a ciascuno dei fattori

V	F

5 Risolvi le seguenti espressioni eseguendo i calcoli a mente

a) $\{3 + 196 : [7 + 7 \times (15 : 3 - 2)] - (8 \times 9 - 12) : 12\} : [(9 \times 9 + 12) : 3 - 78 : 3] =$ [1]

b) $(0,3 + 2 \times 0,6) : \{[(1,3 \times 2,4 - 2,375) : 0,05 + 1,1] \times 0,03 + (5 \times 6 + 1,2 : 0,3) \times 0,03\} + 9 =$ [10]

6 La scrittura esponenziale, in notazione scientifica, esprime un numero come prodotto di un numero compreso tra 1 e 10 per un'opportuna potenza di 10.

Es. $72400 = 7,24 \times 10^4$

Scrivi in notazione scientifica i seguenti numeri:

497100 =; 32000000 =; 120000000 =

136000 =; 29000000 =; 94200000 =

0,00045 =; 0,0014 =; 0,0000000011 =

7 Risolvi le seguenti espressioni numeriche in N applicando, quando possibile, le proprietà delle potenze:

a. $[4^2 \times (4 \times 4^3)^2 : 4^6]^2 : (4^3 \times 4^2) =$ $[4^3]$

b. $[(3^4 \times 3^5)^2 : 3^{10}]^2 : \{3^{10} : [(3^8 : 3^5) : 3]^3\}^2 =$ $[3^8]$

c. $[(5^2 \times 5)^4 : 5^9]^4 \times [(5^4 : 5^2)^3 : (5^2 \times 5^3)]^0 =$ $[5^{12}]$

d. $\left\{ [2^7 : (2^8 : 2^5)^2]^{10} : 2^4 \right\}^5 : [(2^3 \times 2^2 \times 2)^3 : 2^8]^3 =$ [1]

e. $\left\{ [(7^3)^2 : (7^5 : 7^2)]^2 : (7^4 \times 7) \right\}^3 \times [(7 \times 7^0)^0 \times 7^2]^2 =$ $[7^7]$

f. $\left\{ [(3^2)^3 \times 3^2]^2 : (3 \times 3^3)^4 \right\}^7 \times [(3^2 \times 3^3)^2 : 3^5]^2 =$ $[3^{10}]$

g. $100^3 : \left\{ [2^2 + (5^5 : 5^2 + 5) : 26]^2 : 3 + (18^3 : 6^3) - 2^2 \right\}^3 =$ [8]

h. $\left\{ [(53^2 - 45^2) : 7 + 3 \times 2^4] : [(21^2 - 7 \times 8) : 7 - 17 \times 3]^2 + 2 \times 5^2 \right\}^2 : (2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5) =$ [60]

i. $(0,01 + 0,038 : 0,2)^3 : 0,02^2 + (0,3 + 0,2^2) : (2 : 5 - 0,2) =$ [28,5]

j. $\left\{ [(0,5^2 - 0,3 \times 0,7)^2 \times 10^3 + (1,5 \times 0,02 + 0,27)^2 : 0,3 - 0,1]^2 : 0,6^2 - 0,6 \right\} : 1,2 - 5 =$ [2]

12 . Eseguendo il calcolo a mente, scomponi i seguenti numeri seguendo l'esempio:

Es. $180 = 18 \times 10 = 2 \times 9 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

56=....., 132=....., 280=....., 150=.....,
120=....., 45=....., 110=....., 420=.....,
630=....., 700=....., 75=....., 88=.....

13 . Calcola, mediante scomposizione in fattori primi, M.C.D. e m.c.m dei seguenti gruppi di numeri:

Gruppi di numeri	MCD	mcm
45, 18, 6, 15, 4		
63, 28, 36, 14, 21		
54, , 36, 24, 18		
96, 24, 160, 120, 40		

14 . Risolvi i seguenti problemi:

- A) In un saponificio si produce sapone da bucato in pezzi da 220g, in pezzi da 250g ed in pezzi da 350g ciascuno. Si vogliono confezionare questi pezzi in casse tutte dello stesso peso e contenenti ciascuna pezzi di sapone tutti uguali. Quale dovrà essere il peso minimo di ogni cassa? [38,5]
- B) Tre motociclisti percorrono nello stesso senso un circuito impiegando rispettivamente 14 secondi, 16 secondi e 20 secondi a compiere un giro. Se sono partiti insieme dal traguardo, quanti giri dovrà percorrere il primo motociclista prima di transitare dal traguardo contemporaneamente agli altri due? [40]
- C) Dopo aver calcolato il M.C.D. ed il m.c.m di due numeri scelti a piacere , trovate come variano moltiplicando i due numeri prima per 3, poi per 5 ed infine per 7. Cercate poi di rispondere alla seguente domanda: come variano il M.C.D. ed il m.c.m di due numeri quando si moltiplicano i due numeri per uno stesso numero .

ESERCIZI SUI NUMERI RAZIONALI

15 Metti in ordine crescente i seguenti gruppi di frazioni. Per farlo segui il metodo proposto dall'esercizio svolto.

- a. $\frac{13}{20}, \frac{11}{12}, \frac{10}{21}, \frac{1}{2}$
b. $\frac{31}{22}, \frac{40}{33}, \frac{5}{6}, \frac{3}{2}$
c. $\frac{9}{2}, 2, \frac{11}{6}, \frac{7}{3}$

16 . Quesiti:

- Quale frazione dell'anno sono il mese, il giorno?
Quale frazione della settimana è il giorno?.....
- Quale frazione dell'ora sono il minuto e il secondo?.....
- Ad una festa partecipano quattro coppie di genitori e dieci bambini, una torta è divisa in parti uguali in modo che ciascun partecipante abbia la sua fetta. Quale parte di torta spetta a ciascun partecipante?Quale parte spetta complessivamente agli adulti e quale ai figli?.....

- 23 Risolvi le seguenti proporzioni continue:
- a) $20 : x = x : 45$ b) $63 : x = x : 28$ c) $x : 0,2 = 2,45 : x$
- 24 Calcola il medio proporzionale tra i numeri di ciascuna delle seguenti coppie:
- a) 12 e 75 b) 28 e 63 c) 32 e 200
- 25 Una campana di bronzo è stata fabbricata fondendo dello stagno con q 2,24 di rame. Se il peso del rame è il 32% del peso della campana, quanto stagno è occorso per la fusione? [q. 4,72]
- 26 Una puleggia compie 690 giri ogni 12 minuti; quanti giri compirà in 26 minuti ruotando sempre alla stessa velocità? [1495]
- 27 Due tubi di ferro, della stessa sezione, sono lunghi rispettivamente m 1,05 e m 1,55. Se il primo tubo pesa kg 7,56, qual è il peso del secondo tubo? [kg 11,16]
- 28 Per la costruzione di un tronco stradale viene assunta una squadra di 64 operai e, per ultimare i lavori entro il termine stabilito, si fissa un orario settimanale di 42 ore lavorative. Poiché all'ultimo momento 8 operai non si presentano, di quante ore deve essere variato l'orario settimanale di lavoro per non ritardare la fine della costruzione? [6 ore]

29 RISOLVI LE SEGUENTI EQUIVALENZE

346 dm	=dam
3,23 cm	=m
7,85 km	=dam
36496 cm ²	= m ²
129237 dm ²	= hm ²
32 m ³	= dm ³
4789 cm ³	= m ³
39,8 l	= cl
1474 hl	= cl
95,7 dal	= cl
128 dm ³	=dl
197 dg	= hg
0,3 t	= kg

2,3 km	=m
0,389 dm	=m
549 dm	=km
4,5 m ²	= cm ²
157 dam ²	= hm ²
1,2 hm ³	= km ³
26 dam ³	= m ³
132 dl	= dal
1,5 hl	= dl
0,5 hl	= dm ³
2389 cm ³	=l
36 q	= hg
0,32 dag	= dg

2978m	=hm
0,37 m	=mm
0,792 dam ²	= km ²
17351 mm ²	=dam ²
5,7 hm ²	=dm ²
2,792 m ³	=dm ³
4,72 dm ³	= m ³
12 dal	= dl
1256 cl	= dal
7,95 l	= m ³
57,21 cl	= cm ³
21 Mg	= g
748 hg	= t

INSIEME DEI NUMERI RELATIVI

30 Calcola il valore delle seguenti somme algebriche:

- a) $-5 - [-(-8) - (-2+5)] + 8 =$ [-2]
- b) $-11 - \{ 4 - [+12 - 7 + (6 - 4 + 11) - 6] - 4 \} =$ [+1]
- c) $-3 - \{ -5 + [4 - (-3+2)] + 7 \} - 8 - \{ -5 - [-3 - (-8-2) - 4] - (-10+7) \} =$ [-13]
- d) $7 - \frac{1}{5} + \left[2 - \left(\frac{1}{10} + \frac{3}{5} \right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{10} \right) \right] - \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) =$ [9]
- e) $2 - \frac{5}{12} + \left(\frac{1}{2} - \frac{9}{4} \right) + \left\{ \left(-\frac{1}{3} + \frac{3}{2} \right) + \left[\frac{7}{12} - \left(-\frac{1}{4} \right) - \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3} \right) \right] \right\} =$ [1]

31 Stabilisci se le seguenti proposizioni sono vere o false:

La somma di due numeri concordi è un numero positivo	V	F
La somma di due numeri discordi può essere un numero positivo o un numero negativo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se la somma di due numeri razionali è zero, i due numeri sono opposti	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La somma di due numeri negativi è un numero positivo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La somma di due numeri concordi è positiva	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
La somma di due numeri concordi è concorde con ciascuno degli addendi	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
L'opposto della somma di due numeri è uguale alla somma degli opposti dei numeri stessi	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

32 Eseguire le seguenti divisioni:

$$\left(1 - \frac{3}{4} \right) : \left(-\frac{5}{8} \right) = \qquad \qquad \qquad \left(-1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{3} \right) : \left(-\frac{4}{5} \right) = \qquad \qquad \qquad \left[\frac{5}{2} \right]$$

$$\left(1 - \frac{3}{10} \right) : \left(+\frac{2}{5} \right) = \qquad \qquad \qquad \left(-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) : \left(-\frac{8}{3} + \frac{3}{8} \right) = \qquad \qquad \qquad [0]$$

33 Un negoziante acquista della merce a €235 e la rivende a €290. Qual è il suo guadagno percentuale?
[23,4%]

34 Alle partite giocate in casa dalla squadra della mia città, hanno assistito:
 nel campionato 1990 - 91 , 65200 spettatori
 nel campionato 1991 - 92 , 70750 spettatori.
 Qual è stato l'aumento percentuale degli spettatori nel campionato 1991 - 1992? [8,51%]

35 In un compito in classe di matematica:
 a) 1 alunno ha meritato 9
 b) 2 alunni hanno meritato 8
 c) 2 alunni hanno meritato 7
 d) 10 alunni hanno meritato 6
 e) 7 alunni hanno meritato 5
 f) 1 alunno ha meritato 4
 g) 2 alunni hanno meritato 3
 Qual è la percentuale degli alunni che hanno meritato la sufficienza? [60 %]

36 Risolvi le seguenti espressioni, applicando, dove è possibile, le proprietà delle potenze:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16}\right) + \left(-2 + \frac{3}{4}\right)^2 : \frac{5}{4} - \left(-1 + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 = \quad [+1]$$

$$\text{b) } \left[(-2)^2 + \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot (-2)^5\right] : \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot (-2)\right] = \quad \left[\frac{8}{3}\right]$$

$$\text{c) } \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{1}{2}\right]^3 : \left[\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\right]^2 = \quad \left[-\frac{16}{9}\right]$$

$$\text{d) } \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right)^2 : \left(+\frac{5}{4} - 2\right)^2 + \left(\frac{5}{4} - 1\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3} + 5\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-2 + \frac{4}{3}\right)^2 - 1 = \quad \left[\frac{-1}{3}\right]$$

$$\text{e) } \left(2 - \frac{9}{5}\right) + \left[\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{27}{20} : \frac{1}{4} - 5\right)^3 + \left(-1 + \frac{4}{5}\right)^2\right] : \left(-2 + \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{1}{3} = \quad \left[\frac{5}{6}\right]$$

$$\text{f) } \left(1 - \frac{2}{5}\right)^2 : \left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^4\right] \cdot \left(1 + \frac{7}{8}\right) = \quad \left[\frac{9}{20}\right]$$

$$\text{h) } \frac{\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right) : \left(\frac{1}{10} - \frac{3}{4}\right)}{2 - \left(-\frac{5}{6}\right) : \left(\frac{5}{9} - \frac{11}{6} + \frac{7}{12}\right)} = \quad \left[-\frac{5}{4}\right]$$

1	$2x - 3 = -5$	-1
2	$6x - 26 = 16x - 56$	3
3	$8x - 9x = 6x + 12 - 12x$	$\frac{12}{5}$
4	$3x - 2 = 4x + 6$	-8
5	$-x + 4 = 7x$	$\frac{1}{2}$
6	$-2x + 5 = 6 - 3x$	1
7	$-8x + 5 = 5 - 8x$	<i>indeterminata</i>
8	$3x - 15 = 2x - 20$	-5
9	$3(7x - 5) = 15x - 1$	$\frac{7}{3}$
10	$4(3x - 1) = 4x - 2$	$\frac{1}{4}$
11	$3(3x - 1) + x = 1 - 5x$	$\frac{4}{15}$
12	$40 + x = 3(15 + x)$	$-\frac{5}{2}$
13	$2(x - 4) = 3(x - 5)$	7
14	$5x - 3 = 2(x - 1) + 5$	2
15	$x - 3(x + 1) = 5x - 4(x - 1)$	$-\frac{7}{3}$
16	$5x + 2(x + 1) - 3x = 4x - 3 + x$	5

17	$3x - 5 + 2(x - 3) = 1 + 5x$	<i>impossibile</i>
18	$2(5 + x) = 5x + 1$	3
19	$3(3 + x) - x = 5x + 14$	$-\frac{5}{3}$
20	$4(x - 3) - 3(x - 5) = 3(x + 1)$	0
21	$8(x + 3) = 8x - 24$	<i>impossibile</i>
22	$6(x + 3) - 3(x + 6) = 2(x - 5)$	-10
23	$4(2x - 3) - 5(3x - 2) = 8(1 - x)$	10
24	$7(x - 18) = 3(x - 14) - 20$	16
25	$3(x - 2) - 40 = 9 + 7(x - 9)$	2
26	$5(2x - 10) + 26 = 2(x + 3) + 10$	5
27	$(x - 3)(x - 2) = x(x - 6)$	-6
28	$3(3 - 2x) = 24 + 4(2x - 1)$	$-\frac{11}{14}$
29	$2(x + 1) - 3x = x - 3(x - 1)$	1
30	$4(1 - 2x) - 2x + 4 = 2(3x - 1) + 4$	$\frac{3}{8}$
31	$3(x + 2) + 4(x + 3) = 2x - 9(x - 1) + x$	$-\frac{9}{13}$
32	$2(x + 1) - 3(x + 2) = 4x - 2(x + 1)$	$-\frac{2}{3}$

problemi aritmetici e algebrici		
1	Calcola un numero sapendo che il suo quadruplo è 76.	19
2	Calcola un numero sapendo che il suo doppio aumentato di 7 è 37.	15
3	Calcola un numero sapendo che i suoi $\frac{5}{6}$ sono uguali a 35.	42
4	Trova un numero tale che la sua quinta parte aumentata di 5 dia per somma 11.	30
5	Se moltiplico un numero per 7 e aggiungo la sua quinta parte, ottengo 72. Determina il numero.	10
6	Se a un numero si aggiunge il suo quadruplo e si sottrae la sua quarta parte, si ottiene 38. Determina il numero.	8
7	Calcola un numero sapendo che se ad esso viene aggiunta la sua metà, la sua terza parte e la sua decima parte si ha per somma 58.	30
8	Se si sottrae 10 a un numero e alla metà della differenza si aggiunge $\frac{1}{4}$ del numero stesso si ottiene 40. Trova il numero.	60
9	Il quadruplo di un numero aumentato della metà del numero stesso dà come risultato il quadrato di 6. Trova il numero.	8
10	La somma di due numeri pari consecutivi è 26. Calcola i due numeri.	12; 14
11	Trova due numeri pari consecutivi sapendo che la metà del maggiore supera di 4 la terza parte del minore.	18; 20
12	Trova due numeri sapendo che la loro somma è 19 e la loro differenza è 11.	15; 4
13	La somma di un numero con il suo consecutivo sta alla somma del triplo del numero con 17 come 1 sta a 2. Determina il numero.	15

problemi di geometria piana

61	Calcola le ampiezze degli angoli di un triangolo sapendo che il primo supera di 3° il secondo e questo supera di 3° il terzo.	63° ; 60° ; 57°
62	Sono dati due segmenti, di cui uno supera l'altro di 6 cm e il maggiore è il triplo del minore. Calcola la lunghezza dei due segmenti.	3 cm ; 9 cm
63	Calcola le ampiezze degli angoli di un triangolo sapendo che il secondo è $\frac{6}{5}$ del primo e che il terzo è $\frac{7}{6}$ del secondo.	50° ; 60° ; 70°
64	In un triangolo isoscele l'angolo al vertice è $i\frac{5}{2}$ di ciascuno degli angoli alla base; calcola l'ampiezza degli angoli del triangolo.	100° ; 40° ; 40°
65	La somma delle lunghezze di tre segmenti è 78 dm . Sapendo che il segmento maggiore è doppio del minore e che il terzo segmento è $i\frac{4}{3}$ della differenza degli altri due, calcola la lunghezza dei tre segmenti.	18 dm ; 36 dm ; 24 dm
66	Trova la lunghezza di due segmenti tali che la loro differenza sia di 5 cm e che il triplo del primo superi di 20 cm il doppio del secondo. La soluzione è unica?	No 10 cm ; 5 cm ; 35 cm ; 30 cm
67	In un triangolo isoscele il perimetro è 58 m e la base è $i\frac{9}{10}$ di ciascuno dei lati uguali. Calcola la misura dei lati del triangolo.	18 m ; 20 m ; 20 m
68	In un triangolo isoscele di perimetro 48 cm , la base supera di 3 cm il lato obliquo. Calcola la misura dell'altezza relativa al lato obliquo.	$14,4\text{ cm}$

69	In un trapezio rettangolo la base minore è $i \frac{7}{9}$ della base maggiore e questa è il sestuplo dell'altezza. Calcola il perimetro del trapezio sapendo che la somma delle basi misura 32 cm .	40 cm
70	Si considerino due punti su di una circonferenza: essi individuano due archi che misurano l'uno il triplo dell'altro. Si determini l'ampiezza degli angoli al centro che sottendono i due archi dati.	$90^\circ; 270^\circ$
71	Un cerchio di raggio unitario risulta diviso in due settori circolari da un angolo al centro. Si determinino le lunghezze dei due archi in cui è divisa la circonferenza, sapendo che le aree dei settori circolari stanno tra loro come 4 sta a 5.	$\frac{8}{9}\pi; \frac{10}{9}\pi$
72	L'angolo al vertice di un triangolo isoscele misura la metà di ciascuno degli angoli alla base. Si calcolino le ampiezze di tutti gli angoli di tale triangolo.	$72^\circ; 72^\circ; 36^\circ$
73	Trova l'area di un rettangolo sapendo che il perimetro è 66 m e che l'altezza è $\frac{5}{6}$ della base.	270 m^2
74	Calcola l'area di un rettangolo che ha il perimetro di $36,80 \text{ m}$ e l'altezza pari ai $\frac{3}{5}$ della base.	$192 \text{ cm}^2; 20 \text{ cm}$
75	In un rombo, la somma delle due diagonali è di 84 cm . Sapendo che la differenza tra la diagonale minore e $i \frac{5}{12}$ della maggiore è uguale a 16 cm , trova il perimetro e l'area del rombo.	$120 \text{ cm}; 864 \text{ cm}^2$
76	Il perimetro di un rettangolo vale 24 cm , e un lato è il doppio dell'altro. Quanto sono lunghi i due lati?	$4 \text{ cm}; 8 \text{ cm}$
77	Un rettangolo è tale che la somma delle sue dimensioni sia pari a 7 cm , mentre la loro differenza misura 5 cm . Si calcoli l'area del rettangolo.	6 cm^2
78	Il rapporto tra la base e l'altezza di un triangolo di area $2,5 \text{ cm}^2$ vale $\frac{9}{5}$. Quanto misurano la base e l'altezza?	$3 \text{ cm}; \frac{5}{3} \text{ cm}$